

Convergence d'estimateurs de positions optimales dans le cadre du problème de transport de Monge-Kantorovich

F. Bonneu, A. Daouia et I. Van Keilegom

29 Avril 2013

La recherche de la position optimale d'un établissement (caserne, banque, écoles...) ou d'une installation (antenne relais, silo...) dépend souvent des positions des existants et d'une affectation optimale des entités associées (sinistres, clients, élèves; téléphones mobiles, fermes agricoles...). La nouvelle position optimale minimise une fonction cherchant à balancer d'un côté un coût de transport entre les entités et les installations, et de l'autre, une mesure d'équilibre entre les charges des installations (capacités de traitement, charges de travail...). Cette optimisation s'effectue sous les contraintes de conservation de la masse du problème de transport de Monge-Kantorovich. Les positions et les caractéristiques (marques) des différentes entités sont aléatoires, par conséquent nous distinguons le problème de positionnement théorique lorsque les lois de probabilités sur les entités sont connues et le problème associé de positionnement empirique sur un échantillon d'entités de taille n . Notre étude consiste à fournir des conditions suffisantes pour assurer la convergence asymptotique des estimateurs empiriques de la position optimale lorsque n augmente. Ces estimateurs convergent presque sûrement vers la solution du problème théorique et atteignent la vitesse de convergence optimale en \sqrt{n} dans un cadre uni-dimensionnel et lorsque les caractéristiques sont inconnues. Ces résultats sont obtenus dans le cadre où les couples positions-marques sont des vecteurs aléatoires indépendants et identiquement distribués conditionnellement au nombre d'entités, ce qui est le cas pour des modèles de processus ponctuels marqués de Poisson. Les résultats de convergence sont illustrés au travers de simulations Monte-Carlo et sur des exemples concrets de positionnement de nouvelles casernes de pompiers et d'une nouvelle antenne-relais.

Références

- [1] F. Bonneu, *Exploring and modelling firemen emergencies with a spatio-temporal marked point process approach*, Case Studies in Business, Industry and Government, **1(2)** (2007), 139–152.
- [2] F. Bonneu and C. Thomas-Agnan, *Spatial point process models for location-allocation problems*, Computational Statistics & Data Analysis, **53(8)** (2009), 3070–3081.
- [3] F. Bonneu and A. Daouia, *Mass transportation and the consistency of the empirical optimal conditional locations*, Annals of Operations Research, **181(1)** (2010), 159–170.
- [4] L. V. Snyder, *Facility location under uncertainty: A review*, IIE Transactions, **38(7)** (2006), 537–554.
- [5] S. van de Geer, *Empirical processes in M-estimation*, Cambridge university press, 2000.
- [6] C. Villani, *Topics in Optimal Transportation*, Graduate Studies in Mathematics, 58. American Mathematical Society, Providence, RI, 2003.